

TD MÉTHODES QUANTITATIVES N°2

FONCTIONS DÉRIVABLES - SYSTÈMES LINÉAIRES

Exercice 1 - Étude de fonction

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

- 1) Quel est l'ensemble de définition Df de la fonction f ?
- 2) Justifier que la dérivée f' de cette fonction vérifie $f'(x) = (x - 1)(x - 3)$
- 3) En déduire le tableau de variation de f .
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 2 - Bis

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x - 1}$.

- 1) Quel est l'ensemble de définition Df de la fonction f ?
- 2) Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(-4)$.
- 3) Calculer la dérivée de f , sur quel intervalle est-elle positive ?
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 3 - Calcul de déterminants

Pour chacun des trois systèmes, préciser s'il possède une seule, une infinité ou aucune solution.
Dans le cas d'une solution unique, la calculer.

$$(\mathcal{S}_1) \begin{cases} -3x + 3.2y = 15 \\ \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}y = 12 \end{cases}, \quad (\mathcal{S}_2) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4y + 6x = 3 \end{cases}, \quad (\mathcal{S}_3) \begin{cases} 2x + 3y = 2.4 \\ 4x + 6y = 4.8 \end{cases}$$

Exercice 4 - Fonction de coût

Une fonction de coût de production a la forme générale suivante :

$$C(Q) = aQ^3 + bQ + c.$$

Si on sait que le coût fixe vaut 3 et que le coût vaut 42 (respectivement 27) pour une production de 3 (respectivement de 6), déterminer l'expression exacte de la fonction de coût.

Exercice 5 - Avec plus d'inconnues

Une entreprise artisanale fabrique trois types d'objets en bois, à base de hêtre, de chêne et de pin.
Un objet en pin nécessite 9 kg de bois et de 5 h de travail,
un objet de chêne nécessite 5 kg de bois et de 4 h de travail,
un objet de hêtre nécessite 10 kg de bois et de 2 h de travail.

Pour produire un total de 34 objets, l'entreprise a utilisé 303 kg de bois et a passé 114 heures de travail. Le but est de déterminer le nombre d'objets de chaque type qui ont été fabriqués.