

TD INFORMATIQUE N° 2 SCIENCES ÉCONOMIQUES

Exercice 1 - Système non linéaire

Une fonction de coût de production a la forme générale

$$C(Q) = e^{aQ} + bQ + c.$$

Si on sait que le coût fixe vaut 1 et que le coût variable vaut respectivement 2 et 5 pour une production de 1 et 2, trouver l'expression exacte du coût total et le niveau de production qui minimise le coût moyen (que vaut alors ce coût moyen ?). Si le prix unitaire vaut 3, indépendamment de la quantité produite, donner le profit. Quelle est la quantité qui maximise ce profit et que vaut-il alors ?

Exercice 2 - Elasticité - une notion locale

La fonction de demande d'un produit est $Q = 1000e^{-3p}$, où p est le prix unitaire et Q la quantité vendue.

- 1) Déterminer la recette totale R provenant de la vente de ce produit en fonction de la quantité vendue.
- 2) Calculer la fonction d'élasticité $\varepsilon_{Q/p}$ de la demande par rapport au prix.
- 3) Comparer le taux $\frac{Q(p(1 + \delta)) - Q(p)}{Q(p)} \frac{p}{\delta p}$ et l'élasticité $\varepsilon_{Q/p}$ pour un prix $p = 1$ et une variation $\delta = 0.01$. De combien diminue la quantité vendue lorsque le prix passe de 1 à 1.01 ? Que se passe-t-il pour $p = 2$ et $\delta = 0.01$? Et pour $p = 1$ et $\delta = 0.3$?

Exercice 3 - Expression implicite de la demande

Considérons la loi de demande donnée par

$$p^2 + 3 \ln(pQ) = 0.$$

Si le prix unitaire actuel du bien considéré est 2, quelle doit être la variation de ce prix pour que la demande augmente de 3% ?

Exercice 4 - Équations différentielles

Dans cet exercice, y désigne une fonction de la variable x . Trouver, dans chaque cas, l'expression générale d'une fonction y vérifiant l'équation différentielle :

- 1) $y' + 4y = 0$
- 2) $y' + 4y = 4x^2$
- 3) $y' - y = \exp(3x) - 1$
- 4) $y'y = x^2$

5) $y'' + y' - 6y = \exp(x)$

Exercice 5 - Caractérisation d'une élasticité constante

Une loi de demande à élasticité constante égale à -2.5 est telle que, pour un prix de 2, la quantité vendue est égale à 10. Quelle est l'expression de cette loi ?

Exercice 6 - Loi de Pareto

Le nombre d'individus d'une population ayant un revenu au moins égal à x est donné par la loi de Pareto

$$N(x) = \frac{10^7}{x^{1.9}}$$

Déterminer les quantités suivantes :

- 1) le nombre de personnes ayant un revenu compris entre 50 et 200
- 2) le millième plus haut revenu.