

## TD INFORMATIQUE N° 1

### CALCULS POLYNÔMIAUX

Au cours de ce TD, vous aurez besoin des fonctions suivantes : *degree*, *ldegree*, *coeffs*, *lcoeff*, *tcoeff*, *collect*, *sort*, *solve*, *Re*, *Im*, *evalc*, *isolate*.

**Exercice 1 -** Polynôme, mon ami

1) Tester par Maple si les expressions suivantes sont des polynômes :

$$P = X^3 + 7X^2 - X + 6, \quad Q = y^5 - y^8 + y^3 - \sqrt{2}y^2, \quad R = X^2 + 2X + \frac{1}{X},$$

$$S = 8 - 3x^2 + 2x^4 - 5x, \quad T = X^3 + X + \cos(X^2 + X), \quad U = X(X - 1) - X^2,$$

$$V = X^2 - XY + 3Y, \quad W = X^2Y + X + \frac{1}{Y}.$$

2) Calculer les degrés de  $P$ ,  $S$ ,  $V$  et  $W$ .

3) Calculer la valuation de  $P$  et  $Q$ , donner la séquence des coefficients de  $S$ , les coefficients de tête et de queue de  $Q$ .

4) Calculer le degrés de  $U$  : êtes-vous d'accord avec la réponse de Maple pour ce dernier ?

**Exercice 2 -** Développer, réduire ...

Soit les polynômes :

$$U = x(x - 1) - x^2, \quad P = x + 1 + (x + 3)(x^2 - x - 2), \quad Q = x + (x(x - 1) + 1 - x)(x - 1) - x^2 + x^3,$$

$$R = (xy + 1)(x + y) - 1, \quad S = y^2(x^4 - x^3(x + 3)) + (x + y)(x^2 + xy + y^2) - x^2y.$$

1) Développer puis donner le degré en  $x$  de  $U$  et  $S$ .

2) Développer puis ordonner par rapport à la variable  $x$  les polynômes  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  et  $S$ .

**Exercice 3 -** Extraction de racines

Résoudre les équations :

- (i)  $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 = 0$
- (ii)  $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$
- (iii)  $x^5 + 6x^4 - 92x^3 - 408x^2 + 1504x + 3840 = 0$
- (iv)  $x^2 + 1 = 0$

**Exercice 4 -** Où les choses deviennent plus complexes

1) Vérifier les égalités

$$i + 1 = 1 + i, \quad 2i = i2, \quad 2(i + 1) = 2i + 2, \quad (i + 1)(i + 3) = 4i + 2 = 2(2i + 1).$$

2) Développer

$$(i + 2)^2(i + 5) + 2i + 1, \quad (3i + 1)^2, \quad (a + ib)(c + id).$$

3) Donner les parties réelles et imaginaires de

$$2 + i, \quad 2 + i + 3, \quad 2 + (2 + i)i, \quad (i + 3)^2.$$

4) Stocker les nombres

$$z1 = (2 + i)^2(i - 3) + i + 5, \quad z2 = (i + 5)^2 - (1 - i)^3, \quad z3 = a + I, \quad z4 = (-1)^{\frac{1}{4}}.$$

Evaluer ces nombres, calculer leur partie réelle et imaginaire. Rentrer l'ordre  $evalc(Re(z3))$ , que remarque-t-on ?

4) Résoudre  $x^4 + 1 = 0$ . Commentaire ?

**Exercice 5 -** Analyse marginale

On considère la fonction de coût total de production

$$C(Q) = Q^3 - 4Q^2 + 8Q + 5$$

1) Définir les fonctions  $CM$  et  $Cm$  donnant respectivement les fonctions de coût moyen et de coût marginal de production.

2) Déterminer la quantité minimisant le coût moyen de production.

3) Trouver la valeur  $Q^*$  pour laquelle le coût moyen est égal au coût marginal. Que constatez-vous ?

La loi de demande est maintenant donnée par

$$Q(p) = \frac{15 - p}{2}.$$

4) En déduire la recette moyenne  $RM(Q)$ , la recette totale  $R(Q)$ , ainsi que la recette marginale  $Rm(Q)$ .

5) Trouver la valeur  $Q_0$  pour laquelle le profit réalisé est maximum.

6) Représenter sur un même graphique les fonctions  $CM, Cm, RM$  et  $Rm$ .

**Exercice 6 -** Bis repetita

Soit une entreprise de fonction de coût moyen  $CM(Q) = Q^2 - 10Q + 40$  et dont la recette moyenne s'exprime par  $RM(Q) = -Q + 26$ .

1) Déterminer l'intervalle de production dans lequel l'entreprise s'assure un bénéfice.

2) Représenter sur le même graphique les fonctions de coût moyen et de recette moyenne.

3) Déterminer, en fonction de  $Q$ , le profit de cette entreprise. Pour quelle(s) valeur(s) de  $Q$  est-il maximum ? Le calculer.