Université Lille 2 **2005-2006**

Licence AES 2ème année

Probabilités-Statistiques

Corrigé interrogation n° 2

Exercice 1

Pour que le tableau définisse une loi de probabilité, il faut que p_4 soit dans l'intervalle $[0,1]$ et que $\sum_i p_i = 1$, soit $a \in [0,1]$ et $0,1+0,2+0,3+0,3+a=1$, d'où $a=0,1$. On trouve alors

$$\mathbb{E}(X) = \sum_i x_i p_i = 0 \times 0,1 + 1 \times 0,2 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,3 + 4 \times 0,1 = 2,1$$

$$\begin{aligned} Var(X) &= \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 \\ &= 0^2 \times 0,1 + 1^2 \times 0,2 + 2^2 \times 0,3 + 3^2 \times 0,3 + 4^2 \times 0,1 - (2,1)^2 \\ &= 1,29. \end{aligned}$$

D'où $\sigma(X) = \sqrt{1,29} \approx 1,14$.

Exercice 2

Soit V la vitesse moyenne entre Lille et Orléans, comme $V \sim \mathcal{N}(115,10)$, la variable $V^* = \dfrac{V-115}{10}$ suit une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

1. Dire que le temps de parcours est inférieur à trois heures revient à dire que la vitesse moyenne est supérieure à $\dfrac{360}{3} = 120$ km/h. Alors,

$$\mathbb{P}(V > 120) = \mathbb{P}\left(\frac{V-115}{10} > 0,5\right) = \mathbb{P}(V^* > 0,5) \approx 1 - 0,6915 = 0,3085.$$

2. Dire que le temps de parcours est supérieur ou égal à quatre heures revient à dire que la vitesse moyenne est inférieure ou égale à $\dfrac{360}{4} = 90$ km/h. Alors,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(V \leq 90) &= \mathbb{P}\left(\frac{V-115}{10} \leq -2,5\right) \\ &= \mathbb{P}(V^* \leq -2,5) = \mathbb{P}(V^* \geq 2,5) \approx 1 - 0,9938 = 0,0062. \end{aligned}$$

3. La probabilité cherchée est la probabilité restante, soit $1 - (0,309 + 0,0062) = 0,6853$.

Exercice 3

1. "Être atteint par H5N1" est une épreuve de Bernoulli que l'on répéte 1000 fois de manière *indépendante*, donc $Z \sim \mathcal{B}(1000; 0,005)$,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(Z) &= 1000 \times 0,005 = 5, \\ Var(Z) &= 1000 \times 0,005 \times 0,995 = 4,975 \\ \sigma(Z) &= \sqrt{4,975} \approx 2,23. \end{aligned}$$

2. $\mathbb{P}(Z=2) = C_{1000}^2\, 0,005^2\, 0,995^{998} \approx 0,084$.

3. $n = 1000 \geq 50$, $np = 5 < 15$ et $p = 0,005 < 0,1$: on peut approcher la loi de Z par la loi de Poisson $\mathcal{P}(5)$.

4. En utilisant la table de la loi de Poisson,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(Z \geq 6) &= 1 - \mathbb{P}(Z < 6) \\ &\approx 1 - (0,0067 + 0,0337 + 0,0842 + 0,1404 + 0,1755 + 0,1755) = 0,384. \end{aligned}$$