Université Lille 2 **2005-2006**
Licence AES 2ème année
Probabilités-Statistiques

Corrigé interrogation n° 1

Exercice 1

L'expérience consiste à tirer simultanément 4 cartes dans un jeu de 32 cartes. L'univers Ω est donc l'ensemble des tirages de 4 cartes. On se trouve en situation d'équiprobabilité donc la probabilité d'un événement A est donné par $\mathbb{P}(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$.
a) On se situe dans le cadre d'un tirage sans ordre et sans remise, le nombre de tirages possibles est donc de $Card(\Omega) = \mathrm{C}_{32}^{4}$.
b) La probabilité de tirer deux rois rouges est de $\dfrac{1 \times \mathrm{C}_{30}^{2}}{\mathrm{C}_{32}^{4}}$. En effet, il y a une unique manière de choisir les deux rois rouges, puis il faut choisir 2 cartes parmi les 30 restantes.
c) Pour tirer deux rois, il faut d'abord choisir 2 rois parmi les 4, puis choisir les 2 dernières cartes parmi les 28 restantes. La probabilité cherchée est donc $\dfrac{\mathrm{C}_{4}^{2}\mathrm{C}_{28}^{2}}{\mathrm{C}_{32}^{4}}$.

Exercice 2

a) Il n'y a qu'*une seule* grille avec tous les bons numéros.
b) Les grilles avec exactement un bon numéro sont composés d'un des 5 bons numéros ($\mathrm{C}_{5}^{1} = 5$ choix possibles) et de quatre autres numéros choisis parmi les 45 mauvais (C_{45}^{4} choix possibles). Le nombre de grilles avec un seul bon numéro est donc de $\mathrm{C}_{5}^{1}\mathrm{C}_{45}^{4}$.
c) Le nombre de grilles avec au moins un bon numéro est le nombre total de grilles possibles (5 numéros tirés parmi 50 soit C_{50}^{5} choix possibles) moins le nombre de grilles avec aucun bon numéro (5 numéros tirés parmi les 45 mauvais, soit C_{45}^{5} choix possibles) donc le nombre de grilles cherché est de $\mathrm{C}_{50}^{5} - \mathrm{C}_{45}^{5}$.
d) Il faut choisir 3 numéros parmi les 5 bons ($\mathrm{C}_{5}^{3} = 10$ choix) puis 2 numéros parmi 45 (C_{45}^{2} choix). Le nombre cherché est donc $\mathrm{C}_{5}^{3}\mathrm{C}_{45}^{2}$.

Exercice 3

Définissons les événements Pos : "la personne a un test positif" et M : "la personne est malade". D'après les données de l'énoncé $\mathbb{P}(M) = 0.001, \mathbb{P}(\overline{M}) = 0.999$, $\mathbb{P}(Pos|M) = 0.99$, et $\mathbb{P}(Pos|\overline{M}) = 0.0005$.
a) Les événements M et $\overline{M}$ forment un système d'événements complet (les événements sont disjoints et leur réunion forme l'univers Ω). On peut donc appliquer la formule des probabilités totale
$\mathbb{P}(Pos) = \mathbb{P}(Pos|M)\mathbb{P}(M) + \mathbb{P}(Pos|\overline{M})\mathbb{P}(\overline{M}) = 0.99 \times 0.001 + 0.0005 \times 0.999$
soit $\mathbb{P}(Pos) = 1.4895 \times 10^{-3}$.
b) Utilisons la formule de Bayes
$$\mathbb{P}(M|Pos) = \frac{\mathbb{P}(Pos|M)\mathbb{P}(Pos)}{\mathbb{P}(M)} = \frac{0.99 \times 0.001}{1.4895 \times 10^{-3}} \approx 0.66.$$