

TD MÉTHODES QUANTITATIVES N°5

FONCTIONS À DEUX VARIABLES

Exercice 1 -

Soit la fonction f définie par

$$f(x, y) = x^3 - y^3 + 6xy.$$

- 1) Calculer les dérivées partielles d'ordre 1.
- 2) Vérifier que les points $(0, 0)$ et $(2, -2)$ sont des points critiques pour f .
- 3) Calculer les dérivées d'ordre 2, en déduire la nature des deux points critiques.

Exercice 2 - Fonction exponentielle

Soit la fonction g définie par

$$g(x, y) = x^2 e^{-y^2} + y^3 - 3y^2.$$

Déterminer les points critiques pour g ainsi que leur nature.

Exercice 3 - Optimisation sous contraintes

- 1) Chercher l'extremum de la fonction f_1 définie par $f_1(x, y) = x^2y + x^2$, sous la contrainte $2x + 3y = 15$. Quelle est la nature de l'extremum ?
- 2) Même question avec la fonction f_2 définie par $f_2(x, y) = xy - 2x$, sous la contrainte $3x + 4y = 20$.

Exercice 4 - Lignes de niveau

On considère la fonction définie par $h(x, y) = x^2 + y^2 + 4$.

- 1) À l'aide de l'instruction *CrossSection* du package *Student[MultivariateCalculus]*, faire apparaître les courbes de niveau pour la fonction h . Quelle est leur forme ?
- 2) À l'aide de l'instruction *Gradient*, représenter le gradient de h aux points $(1, 1)$ et $(2, 0)$. Comment interpréter ce gradient ?

Recommencer avec la fonction f_1 de l'exercice 3, en faisant apparaître les lignes de niveaux, ainsi que le gradient de f_1 au point $(2, 0)$.