

## TD MÉTHODES QUANTITATIVES CONTRÔLE N°2

### Exercice 1 -

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x, y) = x^2y - 2xy + y^3 - 2y^2 + y.$$

Dans un premier temps, on suppose que  $x$  et  $y$  sont des variables indépendantes l'une de l'autre.

- 1) Vérifier que les points  $(1, 0)$  et  $\left(1, \frac{4}{3}\right)$  sont des points critiques pour  $f$ .
- 2) Déterminer la nature du point critique  $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ .
- 3) Que vaut la fonction en ce point ?

On suppose maintenant que les variables  $x$  et  $y$  respectent en fait la relation  $3x + 3y - 3 = 0$ .

- 1) Exprimer  $x$  en fonction de  $y$ .
- 2) En déduire l'expression de  $f(x, y)$  sous cette contrainte.
- 3) Étudier la nouvelle fonction obtenue. Pour quelle valeurs de  $x$  et de  $y$ , cette fonction admet-elle un extremum? Justifier la nature de l'extremum.
- 4) Que valent ces extrema?

### Exercice 2 -

Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x, y) = x^2 + 3xy + y^2 - 4y$ .

- 1) Déterminer l'unique point critique pour  $g$ .
- 2) Quelle est la nature de ce point critique?