

TD MÉTHODES QUANTITATIVES Contrôle N°2

Exercice 1 -

Une entreprise internationale vend un même produit aux États-Unis à un prix x (en dollars) et en Europe à un prix y (en euros). On suppose que le profit dégagé par cette entreprise (en euros) est donné par

$$f(x, y) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{9}y^3 + y^2 - 10.$$

Dans un premier temps, on suppose que x et y sont des variables indépendantes l'une de l'autre.

- 1) Déterminer l'unique point critique pour f (on rappelle que x et y prennent des valeurs strictement positives).
- 2) Ce point critique correspond-il à un profit maximal? Un profit minimal? Ni l'un ni l'autre?
- 3) Combien vaut ce profit?

On suppose maintenant qu'en raison du cours du dollar, ainsi que des coûts fixes de transport, les prix x et y respectent en fait la relation $-3x + 3y + 9 = 0$.

- 1) Exprimer y en fonction de x .
- 2) Sous cette contrainte, que devient l'expression de $f(x, y)$?
- 3) Étudier la nouvelle fonction obtenue. Pour quelle valeur de x et de y , le profit est-il optimal?
- 4) Que vaut ce profit? S'agit-il d'un profit maximal ou minimal?

Exercice 2 -

Soit la fonction g définie par $g(x, y) = ye^x - 2y + 5$.

- 1) Vérifier que le point $(\ln 2, 0)$ est un point critique pour g .
- 2) Déterminer la nature de ce point critique.